

Пример.

Дано: $a=9-2i$; $b=4+3i$. Вычислить $|a+b|$.

Решение.

Ю. А. Гусман

$$a+b=9-2i+4+3i=13+i \Rightarrow |a+b|=\sqrt{13^2+1^2}=\sqrt{169+1}=10$$

А. О. Смирнов

Е. Г. Филимонова

Операция деления комплексных чисел основывается на следующем их свойстве: в результате умножения числа на сопряженное к нему получается квадрат его модуля.

$$z \cdot \bar{z} = (x+iy) \cdot (x-iy) = x^2 - i^2 y^2 = x^2 + y^2 = |z|^2.$$

Для того чтобы поделить одно комплексное число на другое, нужно числитель и знаменатель дроби умножить на величину, сопряженную знаменателю, вычислить оба произведения и упростить.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2}.$$

Таким образом, для деления комплексных чисел нужно числитель и знаменатель дроби умножить на сопряженное к знаменателю, вычислить оба произведения и упростить. В результате деления вновь получится комплексное число.

$$\frac{7-4i}{6-5i}$$

Умножив числитель и знаменатель дроби на число, сопряженное к знаменателю, получаем:

$$\frac{7-4i}{6-5i} = \frac{(7-4i)(6+5i)}{(6-5i)(6+5i)} = \frac{42+35i-24i-20i^2}{6^2+5^2} = \frac{62+11i}{61} = \frac{62}{61} + \frac{11}{61}i.$$